Capítulo 4

Mecanismos de Quatro Barras

Sabemos, por definição, que toda cadeia que contém somente barras binárias é classificada como "cadeia simples", ao passo que cadeias contendo barras ternárias ou de maior ordem serão ditas "cadeia composta". Naturalmente que haverá uma infinidade de cadeias simples no universo dos mecanismos de forma geral, porém imposta, a única possível é a cadeia de quatro barras, como já atestado no Capítulo 3.

4.1. Importância das Cadeias de Quatro Barras

Apesar da complexidade de uma cadeia composta, por conter barras de ordem superior a dois, o seu estudo pode ser bastante facilitado quando a subdividimos em várias cadeias simples e fixamos a análise em cada uma delas separadamente. As cadeias compostas com mais interesse são as que têm movimento imposto; por sorte, nestes casos, pode ser demonstrado que a decomposição também recairá em cadeias simples com movimento imposto.

Mais uma vez lembrando que para se ter um movimento imposto em uma cadeia simples é necessário que esta tenha unicamente quatro barras. Fica fácil se perceber que o estudo das cadeias compostas que têm movimento imposto reduz-se ao estudo das cadeias simples de quatro barras, quando da decomposição destas em duas ou mais cadeias deste tipo.

Saiba mais

Cadeias compostas de seis barras podem ser decompostas em duas cadeias simples; cadeias compostas de oito barras podem ser decompostas em três cadeias simples; e assim sucessivamente.

Como exemplo de subdivisão, vamos analisar o mecanismo da plaina limadora mostrado na figura 4.1a. A cadeia cinemática para este mecanismo, esquematizada na figura 4.1b, contém duas barras ternárias e quatro barras

binárias, sendo, por tanto, uma cadeia composta em que o movimento de entrada se verifica pela barra de número 5, através do motor que deverá ser solidário à barra 1.

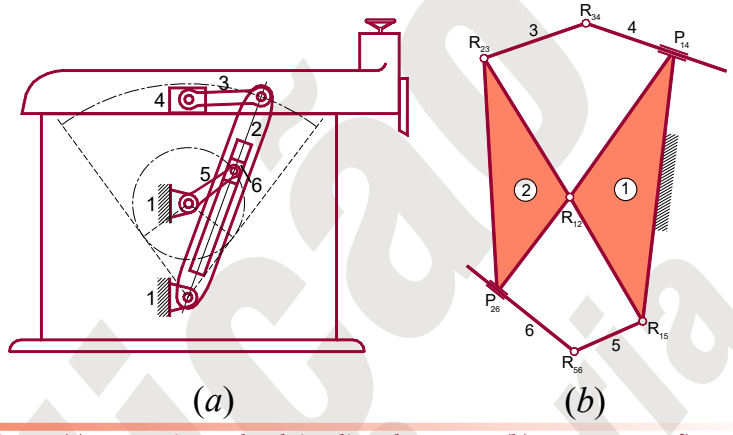
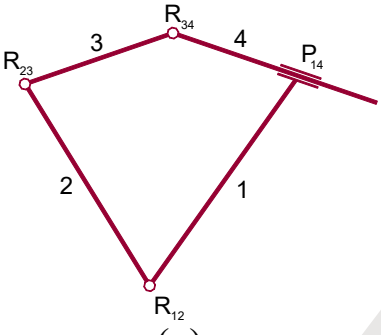


Figura 4.1 Em (a), mecanismo da plaina limadora e em (b), representação esquemática para esta cadeia composta.



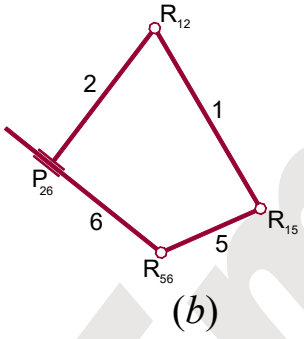


Figura 4.2 Decomposição da cadeia composta em duas simples, mostrando em (*a*) a cadeia base e em (*b*) a cadeia dependente.

A cadeia da figura 4.1b pode ser decomposta em duas outras, simples, figura 4.2a e 4.2b, contendo cada uma delas quatro barras binárias. Na primeira, temos o movimento de entrada pela barra 5, representado pela velocidade angular ω e na segunda, o movimento de entrada, representado pela velocidade ω', se fará pela barra 2 ' e, naturalmente, este será o mesmo da barra 2 da primeira cadeia.

Uma forma mais correta de representação convencional das duas cadeias decompostas pode ser vista nas figuras 4.3a e 4.3b, correspondendo respectivamente às figuras 4.2a e 4.2b. Esta representação mostra claramente que as duas situações são, na verdade, apenas inversões do mecanismo biela manivela, que será abordado mais adiante, ainda neste capítulo.

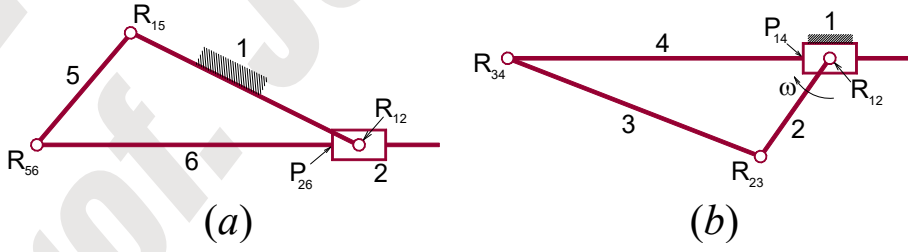


Figura 4.3 Mostrando a decomposição da cadeia composta em duas simples, no formato biela manivela, mais expçícito.

4.2. Quadrilátero Articulado

Na cadeia de quatro barras, quando todos os pares cinemáticos são do tipo rotativo, o mecanismo é conhecido como o "quadrilátero articulado". Neste caso, tem-se a base como sendo a barra fixa, nela estão pivotados a manivela e o seguidor (também chamado contra manivela ou balancim) e, a estes dois, conecta-se através de pivôs móveis a barra acopladora, figura 4.4.

Em Edição Prof José Maia

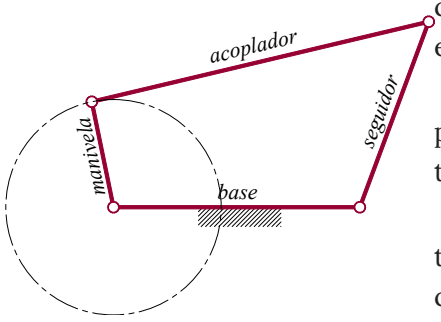


Figura 4.4 Quadrilátero articulado com a devida nomenclatura.

Critério de Grashof

A lei de Grashof fornece uma maneira simples para se classificar os mecanismos de quatro barras quanto aos possíveis tipos de movimento. O seu enunciado pode ser traduzido da seguinte maneira:

A soma dos comprimentos da barra menor e da maior de um mecanismo plano de quatro barras não pode ser maior do que a soma das duas barras restantes para que haja rotação relativa contínua entre dois membros.

Quando o mecanismo satisfaz a esta lei, ele é chamado quadrilátero articulado de Grashof ou, simplesmente, mecanismo Grashof. Identificando, na cadeia de quatro barras, a barra de maior comprimento pela letra a, a de menor comprimento pela letra b e as demais pelas letras c e d, esta será do tipo Grashof se a seguinte relação matemática for satisfeita:

$$a + b < c + d \tag{4.1}$$

Fique ligado

O Critério de Grashof é de suma importância no estudo dos mecanismos, por definir se uma cadeia pode receber, ou não, um movimento a partir de um motor.

Pela geometria de diferentes tamanhos de barras, os mecanismos Grashof admitem quatro inversões e, em função de qual barra vá ser tomada como fixa, são possíveis os seguintes casos:

a. Dois mecanismos manivela balancim, figuras 4.5a e 4.5b, são possíveis. Em cada caso a manivela é a barra menor. Note que a manivela tem possibilidade de um giro de 360°:

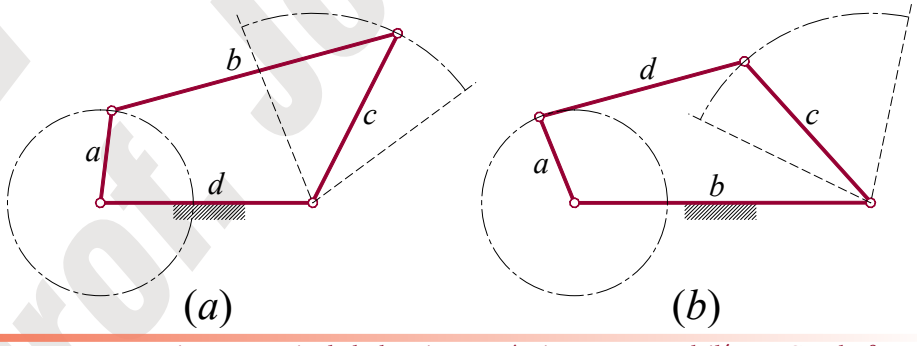


Figura 4.5 Mecanismos manivela balancim possíveis para o quadrilátero Grashof.

b. Uma dupla manivela resulta quando a barra menor é tomada fixa, neste caso, as duas barras adjacentes à barra menor terão giro completo.

Em Edição Prof José Maria

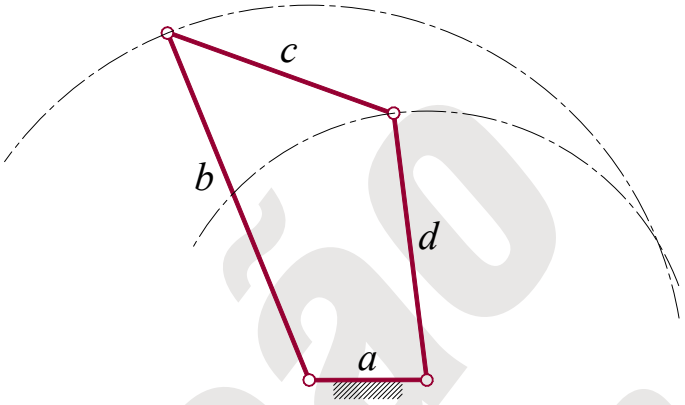


Figura 4.6 Mecanismo Grashof de dupla manivela com a fixação da barra menor.

c. Um mecanismo duplo balancim é formado quando a barra oposta à menor é tomada fixa, a barra oposta à barra fixa terá giro completo relativo às suas barras adjacentes.

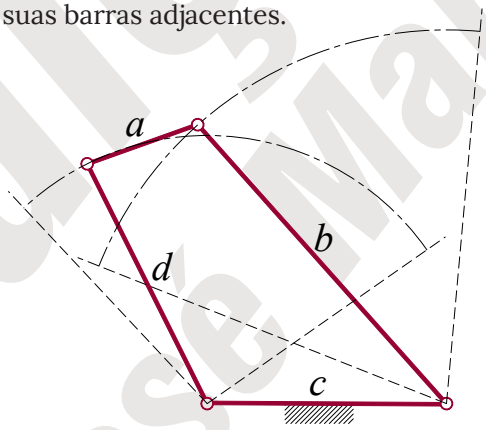


Figura 4.7 Duplo balancim Grashof com a fixação da barra oposta à menor.

Se a + b = c + d, os mecanismos possíveis serão idênticos aos anteriores, porém terão um problema envolvendo o sentido de rotação nos pontos de mudança (onde os pares cinemáticos tornam-se colineares). Nestes pontos, deverá ser emprestada alguma forma de auxílio ao sistema para assegurar a continuidade no sentido de rotação da contra manivela.

Saiba mais

Define-se "ponto de mudança" quando três ou mais pares cinemáticos tornam-se colineares.

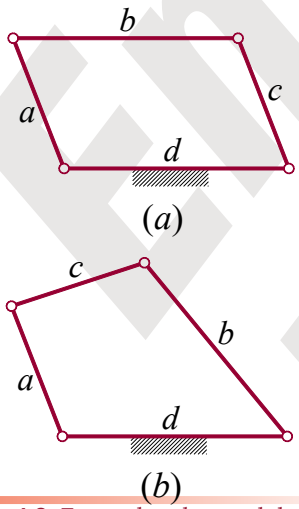


Figura 4.8 Exemplos de paralelogramo em "a" e deltoide em "b".

Com estas dimensões, só serão possíveis duas inversões, como mostrado na figura 4.8, e os mecanismos possíveis irão ter nomes específicos:

paralelogramo – As barras iguais são opostas. Neste caso, todos os quatro possíveis mecanismos são dupla manivela, figura 4.8*a*.

deltoide – As barras opostas são de tamanhos diferentes, figura 4.8*b*.

Em Edição Prof. José Maria

Caso a + b > c + d, somente mecanismos duplo balancins resultarão, havendo quatro possíveis, dependendo de qual barra seja tomada como fixa.

4.3. Mecanismo Biela Manivela

No quadrilátero articulado, se um dos pares cinemáticos for do tipo prismático, com os três restantes rotativos, o mecanismo é denominado "biela manivela". Então, este pode ser considerado como um caso especial do quadrilátero articulado, figura 4.9, quando uma das barras (normalmente o seguidor) tem comprimento infinito.

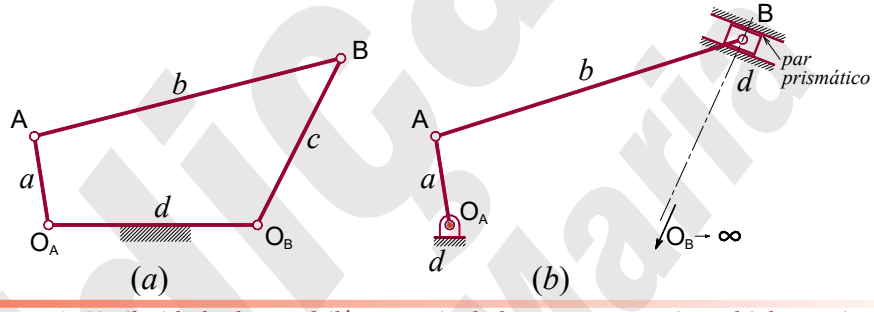


Figura 4.9 Similaridade do quadrilátero articulado com o mecanismo biela manivela.

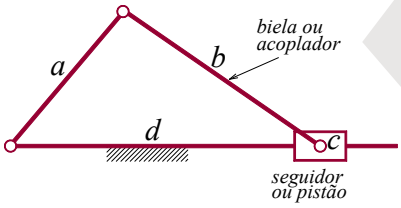


Figura 4.10 Nomenclatura para o mecanismo biela manivela.

Para este caso, não existe um critério de mobilidade como o de Grashof, porém é interessante notar que para que tenhamos um giro completo da manivela, figura 4.9, se faz necessário que a barra a seja menor que a barra b e que a distância a + b seja menor que o segmento OAB.

No caso em que o eixo do seguidor se alinha com o ponto OA, figura 4.10, se faz necessário apenas que a barra "*a*" seja menor que a barra "*b*".

Como no caso anterior, aqui também temos uma nomenclatura particular para o mecanismo biela manivela, como mostrado na figura 4.10.

4.4. Transmissão de Movimento

Qualidade da Transmissão

A figura 4.11 mostra a conexão pelo par cinemático rotativo R_{ab} de duas barras adjacentes "*a*" e "*b*", numa cadeia cinemática qualquer. Supondo que a barra "*a*" seja a transmissora de movimento, tem-se então a força F_{ab} aplicada por esta à barra "*b*", através do par cinemático R_{ab} (ponto B). Imaginando-se que o centro instantâneo de rotação da barra "*b*" seja o ponto C, a força que efetivamente impõe movimento à barra "*b*" será F_{nb} na direção normal à barra "*b*". A força F_{tb}, tangente à barra b, apesar de comprimi-la, não participa da realização de movimento desta barra, porém a sua reação no elemento cinemático B da barra a vai participar do movimento desta. De fato, F_{ba} pode também ser decomposta em F_{na} normal a "*a*" e F_{ta} tangente à esta barra. Aqui, novamente F_{ta} apenas comprime a barra "*a*", ao passo que F_{na} participa efetivamente do movimento relativo do ponto par cinemático R_{ab} em relação ao ponto A. O ângulo formado pelas forças F_{na} e F_{nb} é de vital importância na transmissão

Em Edição
Prof. José Maria

do movimento; em particular, é fácil notar que, se este ângulo fosse reto, F_{tb} inexistiria e, em consequência, toda a força F_{ab} seria aproveitada pela barra "*b*".

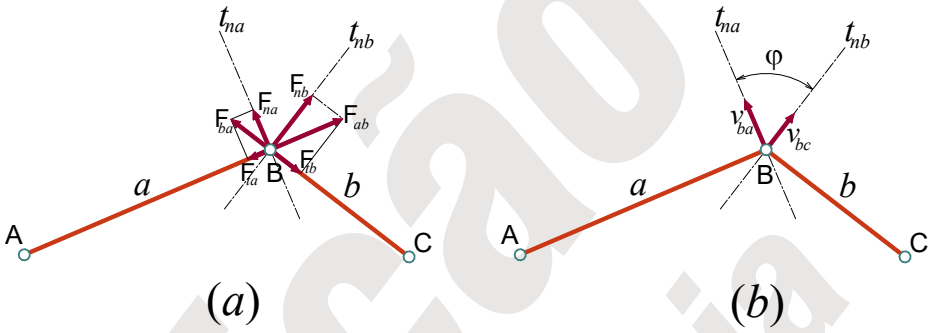


Figura 4.11 Transmissão de movimento em barras adjacentes: em "a" esforços transmitidos e em "b" velocidades relativas.

A figura 4.11*b* substitui as forças F_{na} e F_{nb} pelas velocidades v_{ba} (velocidade relativa do ponto B em relação ao ponto A) e v_{bc} velocidade absoluta de B em relação a C, uma vez que estamos tomando o ponto C como centro instantâneo de rotação da barra "*b*". Em função disto, podemos agora definir:

ângulo de transmissão – menor ângulo entre as direções do vetor velocidade relativa v_{ba} da barra condutora e a direção da velocidade absoluta v_{bc} da barra conduzida.

O valor ótimo, do ponto de vista da transmissão, é φ = 90°; a tolerância recomendada é de ±50°. Assim sendo, um mecanismo cujo ângulo de transmissão em dado instante é φ = 90° - α terá o mesmo mérito que um ângulo de transmissão em que φ = 90° + α, veja a figura 4.12*a*.

Portanto, o ângulo formado pelas barras "*a*" e "*b*", figura 4.12, também pode ser tomado como o ângulo de transmissão φ em qualquer instante.

Fique ligado

Quanto mais o ângulo de transmissão se aproximar de 90°, melhor será a qualidade da transmissão. Ângulos menores que 40° ou maiores que 130° só serão aceitos se houver compensação de movimento.

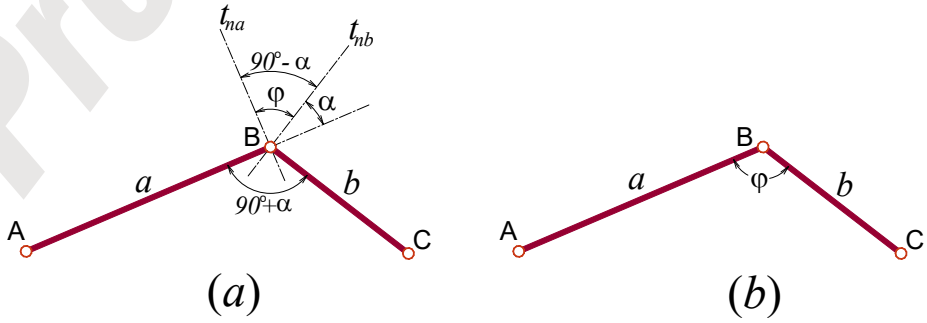


Figura 4.12 O ângulo entre as velocidades v_{BA} e v_{BC} tem o mesmo efeito que o ângulo formado pelas barras, no que diz respeito à transmissão do movimento.

Em Edição Profª José Maria

Posições de Pontos Mortos

Com base na qualidade da transmissão do movimento, dizemos que há uma posição de ponto morto quando duas barras adjacentes da cadeia assumem uma configuração tal que passam a ter duas posições de ponto morto relativas a um dado par cinemático, figura 4.13.

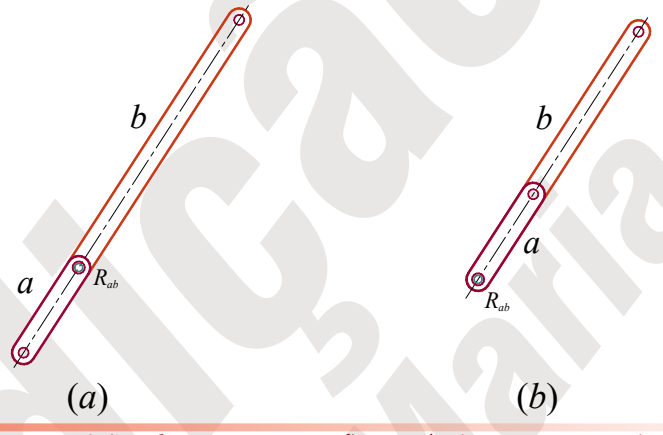


Figura 4.13 Duas posições de ponto morto são possíveis para um par cinemático rotativo.

A importância das posições de ponto morto se deve ao fato de que, para estas posições, a força transmitida não favorece a rotação da barra receptora, sendo totalmente usada para compressão ou tração desta, pois aí o ângulo de transmissão, veja no parágrafo anterior, é de 180°.

Transmissão no Quadrilátero Articulado

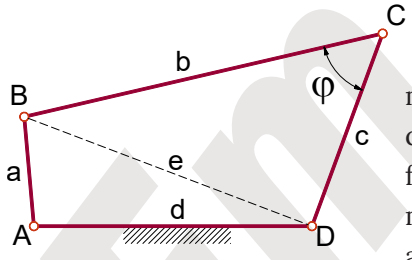


Figura 4.14 Ângulo de transmissão em mecanismos de quatro barras.

No quadrilátero articulado, é possível se saber de antemão os valores máximo e mínimo do ângulo de transmissão em função das dimensões das quatro barras. Nos mecanismos Grashof, o ângulo de maior importância é o formado pela barra acopladora com a barra seguidora. Seja, então, o mecanismo Grashof com as dimensões d para a barra fixa, a para a manivela, b para o acoplador e c para o seguidor.

O ângulo de pressão φ, formado pelas barras "*b*" e "*c*", será máximo quando o lado oposto a este ângulo, segmento *BD*, for máximo, e será mínimo quando este lado também o for.

Da geometria plana, nós sabemos que as posições de máximo e mínimo do segmento *BD* ocorrerão para as duas posições de ponto morto das barras a e d relativas ao par cinemático rotativo A, figura 4.15*a* e 4.15*b*, respectivamente.

Em Edição Prof. José Maria

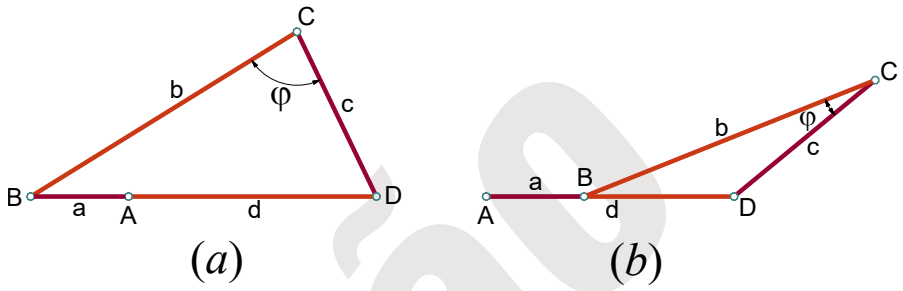


Figura 4.15 Em "a", máximo ângulo de transmissão e em "b", mínimo para o quadrilátero Grashof.

Para o primeiro caso, as barras "a" e "d" somam-se, formando o triângulo BCD, e então:

$$(a+d)^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\varphi_{max} \tag{4.2}$$

E para o segundo caso, o triângulo BCD é agora formado pela barra "d" menos a barra "a", tendo-se, em consequência, a relação:

$$(d-a)^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\varphi_{min} \tag{4.3}$$

As equações (4.2) e (4.3), após reordenadas, podem ser escritas sob a forma:

$$\varphi_{max} = \arccos\left(\frac{-a^2+b^2+c^2-d^2-2ad}{2bc}\right) \tag{4.4}$$

e

$$\varphi_{min} = \arccos\left(\frac{-a^2+b^2+c^2-d^2+2ad}{2bc}\right) \tag{4.5}$$

4.5. Plano Acoplador

Se imaginarmos um plano solidário ao acoplador de um mecanismo de quatro barras comum ou do tipo biela manivela, um ponto qualquer deste plano irá descrever uma curva fechada quando a manivela completar um ciclo; assim, para vários pontos distintos, teremos várias curvas, figura 4.16. Estas curvas são conhecidas como curvas do acoplador. A quantidade de curvas possíveis é infinita, e podem ser expressadas por equações de sexta ordem para o mecanismo de quatro barras e quarta ordem para o mecanismo biela manivela.

Em Edição Prof José Maria

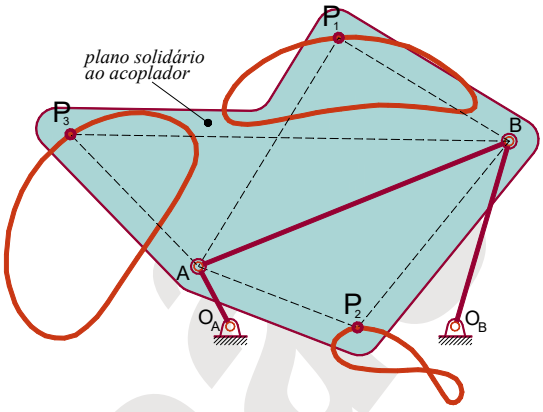


Figura 4.16 Plano do acoplador e curvas do acoplador no quadrilátero articulado.

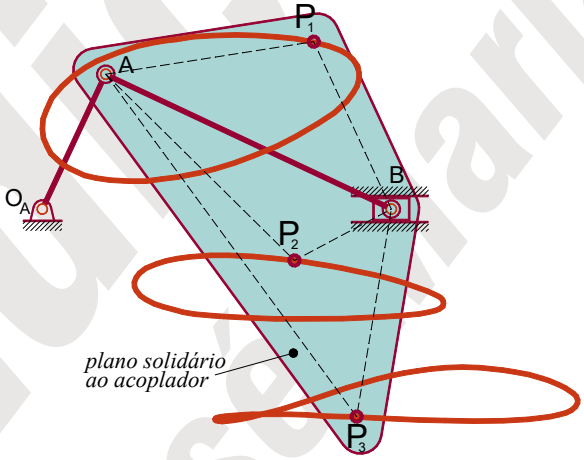


Figura 4.17 Plano do acoplador e curvas do acoplador do mecanismo biela manivela.

Uma característica do quadrilátero articulado plano, predita pelo teorema de Robert-Chebyshev, é que dados um ponto M pertencente ao plano acoplador e sua respectiva curva, figura 4.18, existirão dois outros mecanismos, figura 4.19*a* e 4.19*b*, também articulados, de quatro barras e denominados mecanismos parentes, que geram a mesma curva descrita por M.

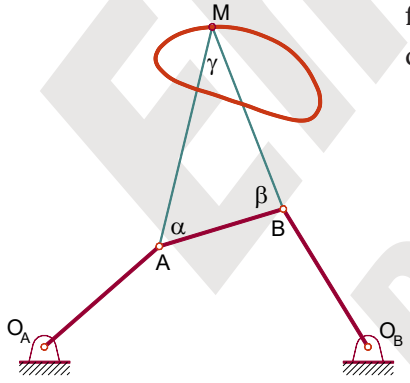


Figura 4.18 Curva gerada pelo ponto M, pertencente ao plano acoplador.

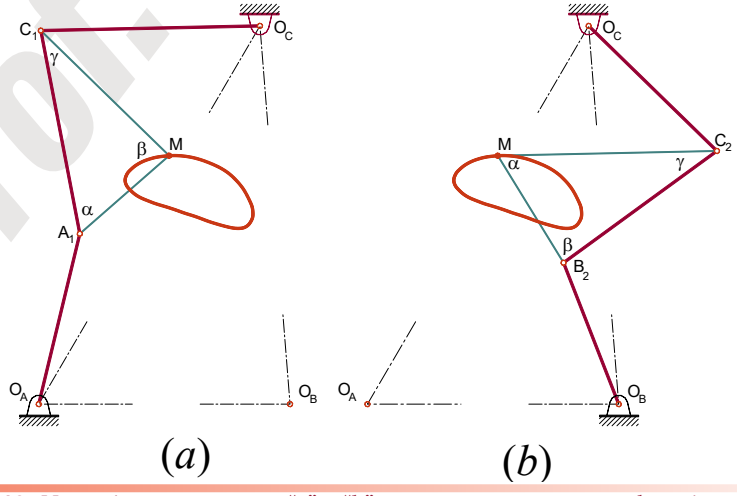


Figura 4.19 Mecanismos parentes "a" e "b" geram a mesma curva descrita pelo ponto M do mecanismo anterior.

A construção destes mecanismos fica evidenciada na figura 4.20, observando-se a semelhança de triângulos e dos paralelogramos formados pelos lados destes.

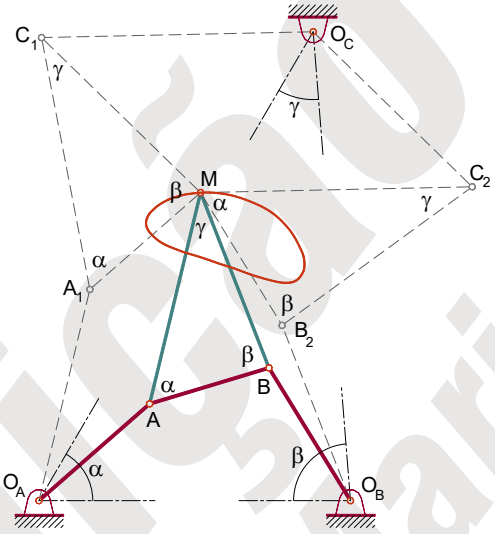


Figura 4.20 Obtenção dos mecanismos parentes a partir do mecanismo original.

As figuras 4.21, 4.22 e 4.23 ilustram a utilização de curvas de pontos do acoplador em vários tipos de mecanismos.

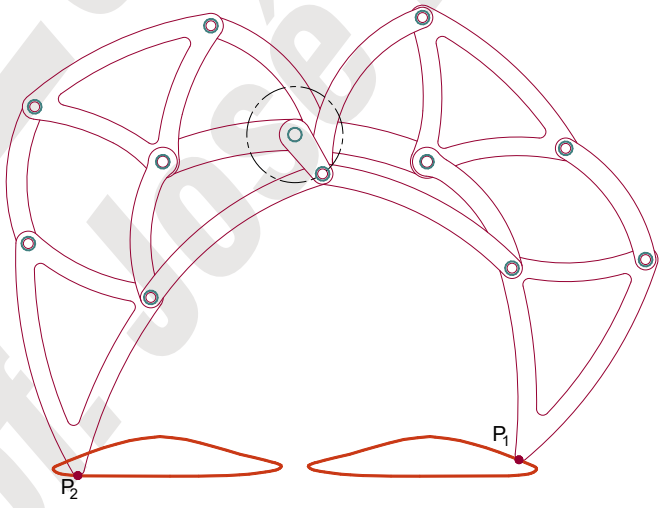


Figura 4.21 Exemplo de utilização de curva do acoplador na cadeia de Jansen permitindo o movimento das pernas do mecanismo.

Em Edição Profª José Maria

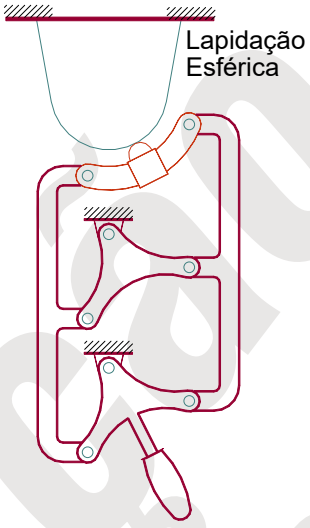


Figura 4.22 Utilização de curvas do acoplador no mecanismo para lapidação de diamantes.

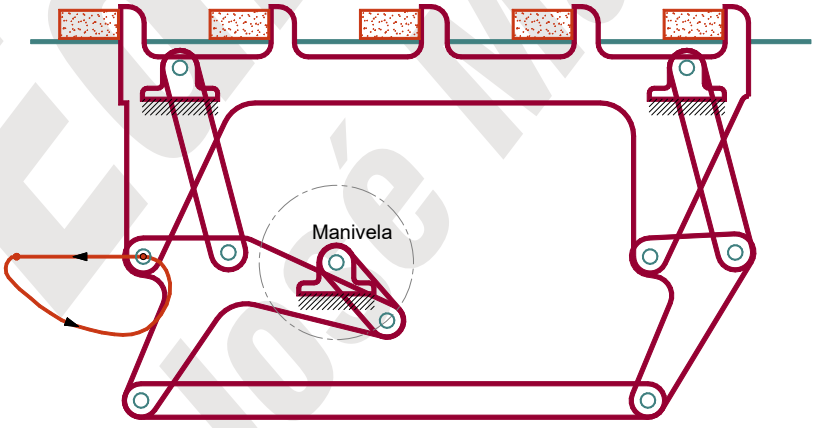


Figura 4.23 Transportador de tijolos com base em curva do acoplador.

Em Edição
Prof. José Maria

4.6. Exercícios

1. Faça um esquema equivalente ao da figura 4.1 para os mecanismos mostrados abaixo e subdivida-os em cadeias simples de quatro barras e/ou cinco barras.

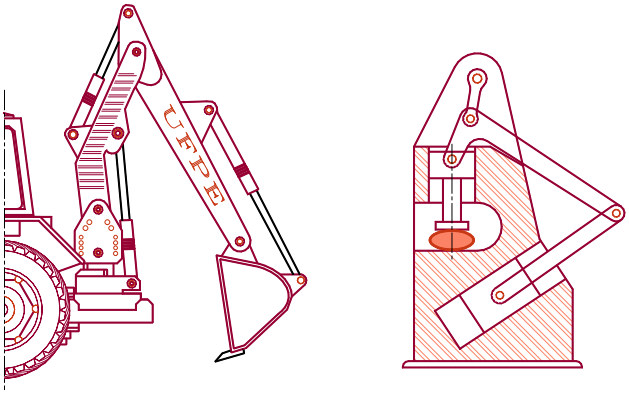


Figura 4.24-1 Mecanismo de basculamento de um trator e mecanismo de uma prensa hidráulica.

2. Tente mostrar pelo menos seis exemplos de mecanismos reais que utilizem quadriláteros articulados, seja em cadeias compostas ou simples.

4. Faça um esboço das trajetórias dos quatro mecanismos não Grashof existentes.

5. No mecanismo biela manivela da figura 4.9b, faça uma análise relacionando os comprimentos das barras a e b e também do ângulo de inclinação do seguidor, no sentido de verificar a possibilidade de giro completo da manivela.

6. Com relação às posições de pontos mortos:

   a. Quais os problemas existentes?

   b. Quais as soluções práticas possíveis?

   c. Este é um problema típico de par cinemático rotativo?

   d. Mostre as posições críticas e problemas acarretados para os mecanismos “deltoide” e “paralelogramo”.

7. Determine a qualidade da transmissão, faça um gráfico, para o mecanismo Grashof em que:

$$a = 2; \quad c = 4; \quad b = 6; \quad d = 5$$

8. Determine os mecanismos parentes para os quadriláteros articulados e correspondentes pontos M de seus planos acopladores para as figuras (*a*) e (*b*) mostradas abaixo.

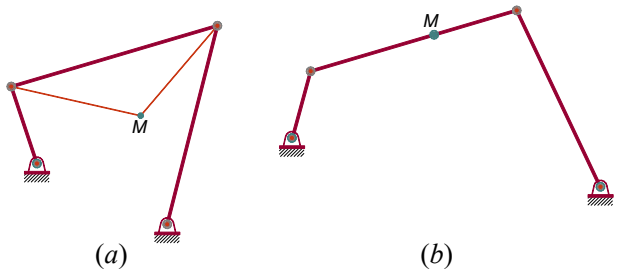


Figura 4.25-8 Quadriláteros articulados com pontos no plano acoplador.

Referências Bibliográficas

DOUGHT, S. Mechanics of Machine. John Wiley & Sons Inc, 2001.

MARGHITU, D. B. Kinematic chains and machine components design. Elsevier Academic Press, 2005.

NORTON, R. L. Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines. Fourth Edition. McGraw-Hill, 2007.

SHARMA, C. S.; PUROHIT, K. Theory of Mechanisms and Machines. New Delhi: Prentice-Hall, 2006.

SHIGLEY, J. E. Cinemática dos Mecanismos. Ed. Edgard Blücher, 1970.

TAO, D. C. Applied Linkage Synthesis. Addison-Wesley Publishing, 1974.

Em Edição
Prof. José Maria

Em Edição
Prof. José Maria