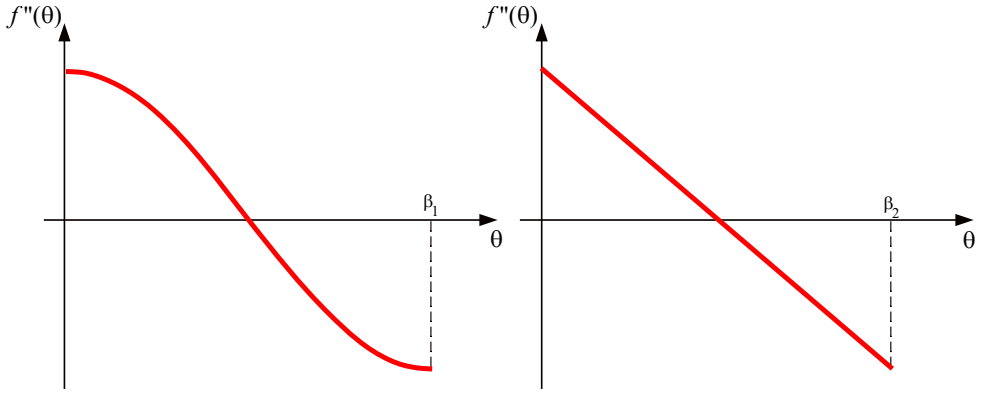
Mecanismos - 2ª Avaliação

22/09/2022

Nota:

Aluno: _____

1. Determinado mecanismo came-seguidor requer a utilização da curva **harmônica** na elevação e do polinômio **2-3** no retorno. Para este caso, considerando que o mecanismo obedeça à **LFPC** (*ausência de jerk em todo o período*), determine, com a devida justificativa, o diagrama a ser utilizado (**E-R**, **E-R-R_i**, **E-R_s-R** ou **E-R_s-R-R_i**) e os valores para os ângulos de elevação e retorno. Considerando ainda, uma altura de elevação unitária, determine a velocidade máxima, absoluta, e para qual ângulo, em radianos, esta ocorre.



Diagramas da aceleração para a curva harmônica e polinômio 2-3, respectivamente

2. Para a abertura e fechamento de válvulas de um motor de combustão interna optou-se por um sistema de came radial de rolos ficando a válvula aberta por meio período de rotação e fechada no restante do tempo e quando o eixo comando de válvulas estiver girando a 12.000 ***rpm***, a aceleração máxima do seguidor não deve ultrapassar $2.560\pi^2$ ***m/seg²***. No sentido de não haver jerk ou perturbação, o projetista decidiu pelo uso da curva dupla harmônica para elevação e retorno. Sabendo-se que o coeficiente de atrito mancal-seguidor é de 0,2 e, garantindo-se que não haja engripamento através de um ângulo de engripamento 30% acima do ângulo de pressão, no sentido de se ter uma geometria a mais compacta possível, determine os parâmetros deste came, tais como:

   a. Altura de elevação do seguidor;
   b. Expressão matemática para o diagrama completo do sistema;
   c. Ângulo de pressão situado na faixa de 16 a 22 ***graus*** (escolha conveniente do aluno);
   d. Raios da circunferência principal e da circunferência primitiva;
   e. Espessura do mancal (escolha conveniente do aluno);
   f. Distância da base inferior do mancal ao centro de giro do came;
   g. Finalmente, para um diâmetro do rolete da ordem de 26 ***mm***, verifique se o seguidor consegue chegar no seu ponto máximo de elevação, considerando que a mola, quando totalmente comprimida fica com 40 ***mm***.

Obs.:
Nesta prova, a primeira questão vale 3 pontos e a segunda questão vale 7 pontos.

Curvas de Elevação

Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2}\left(1 - \cos\frac{\pi}{\beta}\theta\right)$$

Dupla Harmônica

$$f(\theta) = \frac{h}{2}\left[(1 - cos\frac{\pi}{\beta}\theta) - \frac{1}{4}(1 - cos\frac{2\pi}{\beta}\theta)\right]$$

Cicloide

$$f(\theta) = h\left(\frac{\theta}{\beta} - \frac{1}{2\pi}\,\text{sen}\,\frac{2\pi}{\beta}\theta\right)$$

Polinômios - Lei de Formação

A-B

$$f(\theta) = h\left[b\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - a\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b\right]$$

A-B-C

$$f(\theta) = h\left[\frac{bc}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - ac\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b + \frac{ab}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^c\right]$$

A-B-C-D

$$f(\theta) = h\left[\frac{bcd}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^a - \frac{acd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^b + \frac{abd}{2}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^c - \frac{abc}{6}\left(\frac{\theta}{\beta}\right)^d\right]$$

Transformações Geometria/Tempo

$$\dot{y} = f'(\theta)\,\dot{\theta}$$

$$\ddot{y} = f''(\theta)\,\dot{\theta}^2$$

$$\dddot{y} = f'''(\theta)\,\dot{\theta}^3$$

Ângulos de Pressão

Expressão Geral

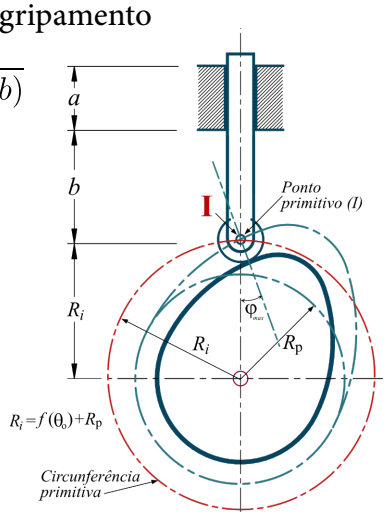
$$\text{tg}\,\varphi = \frac{f'(\theta)}{f(\theta) + R_p}$$

Ângulo Máximo

$$\text{tg}\,\hat{\varphi} = \frac{f'(\theta_o)}{f(\theta_o) + R_p}$$

Ângulo limite de Engripamento

$$\text{tg}\,\varphi_e = \frac{a}{\mu(a + 2b)}$$



Curva	θ_o	K	$\frac{R_p}{h}$
Harmônica	$\frac{\beta}{\pi}\text{arccos}\,\frac{1}{K}$	$\sqrt{1+\left(\frac{\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{K-1}{2}$
Cicloide	$\frac{\beta}{\pi}\text{arctg}\,\frac{2\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}$	$\frac{2\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}$	$\frac{1}{\pi}(K - \text{arctg}\,K)$
Dupla Harmônica	$\frac{2\beta}{\pi}\text{arctg}\left(\frac{\beta}{\pi}(K-1)\text{tg}\,\hat{\varphi}\right)$	$\sqrt{1+3\left(\frac{\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{3(K-1)^2}{8K-4}$
Dupla Cicloide	$\frac{\beta}{2\pi}\text{arccos}\left(1-\frac{2}{K^2}\right)$	$\sqrt{1+16\left(\frac{\pi}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{1}{2\pi}\left[\frac{K^4-8K^2-18K^{-2}+26}{3\sqrt{K^2-1}} - \text{arccos}\left(1-\frac{2}{K^2}\right)\right]$
Polinômio 3-4-5	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{4}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}} + \sqrt{1+\left(\frac{4}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$\frac{(K+1)^3(3K^3-9K^2+13K-15)}{4K}$
Polinômio 4-5-6	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}} + \sqrt{1+\left(\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2 - \frac{2}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}}$	$\frac{(K+1)^4(5K^3-15K^2+21K-19)}{32(K-1)}$
Polinômio 3-4-5-6	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}} - \sqrt{1+\left(\frac{5}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2 + \frac{2}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}}$	$-\frac{(K+1)^3(5K^4-20K^3+36K^2-48K+51)}{32(5K+1)}$
Polinômio 4-5-6-7	$\frac{\beta}{2}(1+K)$	$\frac{6}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\sqrt{1+\left(\frac{6}{\beta\,\text{tg}\,\hat{\varphi}}\right)^2}$	$-\frac{(K+1)^4(5K^4-20K^3+36K^2-44K+35)}{192K}$

Gabarito

Questão 1

Escolha do Diagrama

Pela figura, vemos que ao espelharmos o gráfico da aceleração, para obtermos a aceleração no retorno, percebemos que este não terá aceleração nula ao seu final, então não podemos ter um trecho de repouso após este que ocasionaria jerk, isto força a que a única escolha possível seja o diagrama E-R, pois este ao seu final comporia com a função de elevação que tem a aceleração no seu início não nula e positiva.

Ângulos de elevação e retorno

Para aceleração na elevação, teremos

$$f''(\theta) = \frac{\pi^2}{2\beta_1^2}\cos\frac{\pi}{\beta_1}\theta \tag{1.1}$$

E, no retorno

$$g''(\theta) = \frac{6}{\beta_2^2}\left(1 - 2\frac{\theta}{\beta_2}\right) \tag{1.2}$$

Para que não ocorra jerk ao final da elevação, devemos ter

$$g''(\beta_2) = f''(\beta_1) \tag{1.3}$$

Ou

$$-\frac{6}{\beta_2^2} = -\frac{\pi^2}{2\beta_1^2} \tag{1.4}$$

Que nos fornece

$$\beta_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}\beta_1 \tag{1.5}$$

Notando que estamos utilizando o diagrama E-R, podemos, então compor o seguinte sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \\ \beta_1 + \beta_2 = 2\pi \end{cases} \tag{1.6}$$

Que tem para solução

$$\boxed{\beta_1 = \frac{2\pi^2}{\pi+2\sqrt{3}} = 2,99\,rad} \tag{1.7}$$

E

$$\boxed{\beta_2 = \frac{4\pi\sqrt{3}}{\pi+2\sqrt{3}} = 3,29\,rad} \tag{1.8}$$

Verificação

Tem-se

$$f''(0) = \frac{\pi^2}{2\beta_1^2} \qquad \text{e} \qquad g''(0) = \frac{6}{\beta_2^2}$$

E, pela equação (1.4), percebemos então que $f''(0)$ é igual a $g''(0)$, o que mostra que não há jerk ao final do retorno.

Velocidade máxima

Para a elevação, sabemos que a velocidade máxima ocorre em $\beta_1/2$ e para o retorno, vemos que a

equação (1.2) zera em $\beta_2/2$, consequentemente a velocidade máxima ocorre, então em $\beta_2/2$. Estas serão, então

$$f'(\frac{\beta_1}{2}) = \frac{\pi}{2\beta_1} \operatorname{sen} \frac{\pi}{2} = 0,526 \tag{1.9}$$

E

$$g'(\frac{\beta_2}{2}) = \frac{6}{\beta_2}\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = 0,455 \tag{1.10}$$

Como consequência, a velocidade máxima é 0,526 e vai ocorrer em $\beta_1/2$ = 1,494 ***rad***.

Questão 2

a) Cálculo de h

Tem-se:

$$f''(\theta) = \frac{h\pi^2}{2\beta^2}\left(\cos\frac{\pi}{\beta}\theta - \cos\frac{2\pi}{\beta}\theta\right) \tag{2.1}$$

E, sendo $\beta = \pi/2$, a equação (2.1) se transforma em:

$$f''(\theta) = 2h\left(\cos 2\theta - \cos 4\theta\right) \tag{2.2}$$

Percebendo que o máximo absoluto da função $f''(\theta)$, aqui negativo, ocorre em $\theta = \pi/2$, ficamos com:

$$f''(\frac{\pi}{2}) = -4h \tag{2.3}$$

Utilizando-se o fato de que $f''(\theta)\dot{\theta}^2 = \ddot{y}$, vem:

$$4h \cdot (12.000\tfrac{2\pi}{60})^2 = 2560 \cdot 10^3 \cdot \pi^2 \tag{2.4}$$

Resolvendo-se a equação (2.4), na variável **h**, obtemos:

$$\boxed{h = 4\,mm} \tag{2.5}$$

b) Expressão matemática do diagrama

Considerando $\beta = \pi/2$ e h = 4, a função de elevação torna-se:

$$f(\theta) = 2\left(1 - \cos 2\theta - \frac{1}{4}(1 - \cos 4\theta)\right) \tag{2.6}$$

E a função de retorno será:

$$g_d(\theta) = f(2\frac{\pi}{2} - \theta) = 2\left(1 - \cos 2\theta - \frac{1}{4}(1 - \cos 4\theta)\right) \tag{2.7}$$

E assim, teremos:

$$\boxed{f(\theta) = \begin{cases} 2\left(1 - \cos 2\theta - \frac{1}{4}(1 - \cos 4\theta)\right) & \text{para} \quad 0 \le \theta < \pi \\ 0 & \text{para} \quad \pi \le \theta \le 2\pi \end{cases}} \tag{2.8}$$

c) Coeficientes da aceleração

Sabemos que o ângulo de pressão é inversamente proporcional ao raio da circunferência principal, como queremos o menor raio possível, vamos utilizar o maior ângulo de pressão que é 22°.

d) Circunferências principal e primitiva

Com $\beta = \pi/2$ e $\hat{\phi} = 22°$, vamos obter:

$$K = \sqrt{1 + 3\left(\frac{\pi}{\beta \operatorname{tg} \hat{\varphi}}\right)^2} = 8,63 \tag{2.9}$$

E então:

$$\boxed{R_p = h\frac{3(K-1)^2}{8K-4} = 10,74\,mm} \tag{2.10}$$

Pela tabela, o valor de θ_o será:

$$\theta_o = \frac{2\beta}{\pi}\text{arctg}\left(\frac{\beta}{\pi}(K-1)\,\text{tg}\,\hat{\varphi}\right) = 57,032^o \tag{2.11}$$

Com base na expressão (2.6), podemos substituir θ por θ_o e, assim obtemos:

$$\boxed{R_I = R_p + f(\theta_o) = 12,73\,mm} \tag{2.12}$$

e) Espessura do mancal

No sentido de termos uma geometria compacta, podemos optar por um valor de ***a*** na faixa de 10 a 20***mm***, porém é claro, este valor deverá ser corrigido no item "g", caso obtenhamos um valor negativo. Então, por hora, vamos escolher a = 15 ***mm***.

f) Base do mancal ao centro do came

Até aqui, se tem a = 15 ***mm***, μ = 0,2 e φ_e = 1,3 φ = 28,6°, então:

$$b = \frac{1}{2}\left(\frac{a}{\mu\,\text{tg}\,\varphi_e} - a\right) = 61,28,mm \tag{2.13}$$

Consequentemente:

$$\boxed{b + R_I = 74\,mm} \tag{2.14}$$

g) Verificação de seguidor no seu máximo

$$\boxed{b + R_I - (R_p + h + 13 + 40) = 6,26\,mm} \tag{2.15}$$

Com a expressão (2.15) sendo um valor positivo, podemos garantir que o seguidor sempre atinge o seu ponto de máximo e não precisamos corrigir o valor de a que foi de 15 ***mm***.